BOLETÍN

ITSL

ματεχματιχασ

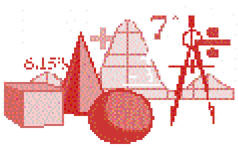
LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

AÑO 2009 NÚMERO 01 9 DE OCTUBRE DE 2009

EDITORIAL

ESTE BOLETÍN DEL **LABORATORIO DE MATEMÁTICAS** ES UNA PUBLICACIÓN MENSUAL DURANTE EL PERIODO ESCOLAR DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE LERDO Y SU OBJETIVO ES APOYAR SU DESEMPEÑO MOSTRANDO LA APLICACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS.

CÁLCULO DIFERENCIAL (MATEMÁTICAS I)



UNA MUJER DE NEGOCIOS QUIERE DETERMINAR LA DIFERENCIA ENTRE LOS COSTOS DE COMPRAR Y RENTAR UN AUTOMÓVIL. ELLA PUEDE RENTAR UN AUTOMÓVIL POR $4,000 MENSUALES (CON UNA BASE ANUAL). BAJO ESTE ESQUEMA EL COSTO POR KILOMETRO (GASOLINA Y ACEITE) ES DE $1. SI COMPRARA EL AUTOMÓVIL, EL GASTO FIJO ANUAL SERÍA DE $30,000 MÁS $1.8 POR KILÓMETRO. ¿CUÁL ES EL MENOR NÚMERO DE KILÓMETROS QUE DEBERÁ CONDUCIR POR AÑO PARA QUE LA RENTA NO SEA MÁS CARA QUE LA COMPRA?

SOLUCIÓN:

	RENTA DEL AUTOMÓVIL	*COMPRA DEL AUTOMÓVIL*
COSTO ANUAL	($4,000.00) *(12)	$30,000.00
COSTO KM.	$1.00	$1.80

PRIMERO DEBEMOS IDENTIFICAR LA VARIABLE. EN ESTE CASO SERIAN LOS KILÓMETROS (Km). SEGUIDO DE ESTO DEBEMOS PLANTEAR LA DESIGUALDAD.

PARTIENDO DE LA PREGUNTA, SE TIENE QUE: ***RENTA DEL AUTOMÓVIL*** $\leq$ ***COMPRA DEL AUTOMÓVIL***

CON ESTOS DATOS SE GENERA LA **DESIGUALDAD** Y SE RESUELVE.

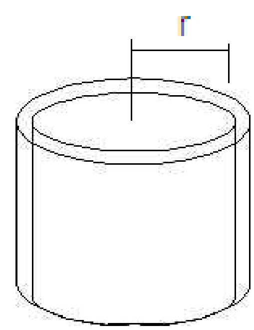
$$48,000 + 1m \leq 30,000 + 1.8m$$

$$48,000 - 30,000 \leq 1.8m - 1m \qquad 18,000 \leq 0.8m \qquad m \geq \frac{18,000}{0.8} \qquad m \geq 22,500Km$$

POR LO QUE SE DEBERÁ RECORRER POR LO MENOS 22,500Km PARA QUE LA COMPRA SEA LA MEJOR OPCIÓN. SI NO LLEGARA A ESTA CANTIDAD DE KILÓMETROS LA RENTA SERIA MAS VIABLE

CÁLCULO INTEGRAL (MATEMÁTICAS II)

LA PARED LATERAL DE UN DEPÓSITO CILÍNDRICO DE RADIO 75cm Y ALTURA 1.5m, DEBE REVESTIRSE CON UNA CAPA DE CONCRETO DE 5cm DE ESPESOR. ¿CUÁL ES APROXIMADAMENTE LA CANTIDAD DE CONCRETO QUE SE REQUIERE?



SOLUCIÓN:

LA CANTIDAD DE CONCRETO REQUERIDA ES LA DIFERENCIA, Δ V ENTRE EL VOLUMEN DEL CILINDRO EXTERIOR Y EL CILINDRO INTERIOR.

PERO SE REQUIERE SOLAMENTE UNA APROXIMACIÓN:

FORMULA DEL VOLUMEN DEL CILINDRO: $V = \pi r^2 h$

SE ANALIZA LA VARIABLE QUE TIENE CAMBIO Y ES EL RADIO = r

SE HACE LA ELECCIÓN DE m COMO UNIDAD DE TRABAJO

ESTIMAREMOS ΔV POR MEDIO DE dV, DONDE $V(r) = 1.5\pi r^2$, $r = 0.75$, $dr = 0.05$

$dV = 1.5\pi\, 2\, r\, dr$ POR LO TANTO $DV = (3\pi r|_{r=0.75})(0.05) = 0.1125\pi \approx 0.353m^3$

CONCLUSIONES:

LA CANTIDAD DE CONCRETO APROXIMADAMENTE QUE SE REQUIERE: $0.353m^3$

ENCUENTRA Y ANALIZA LO SIGUIENTE:

¿CUÁL ES EL VALOR EXACTO DE LA CANTIDAD DE CONCRETO?, ¿DIFIERE EN COMPARACIÓN AL APROXIMADO?

CÁLCULO VECTORIAL (MATEMÁTICAS III)

DETERMINE EL MOMENTO DE LA FUERZA *F* EN EL PUNTO *A* CON RESPECTO AL PUNTO *P* DE LA FIGURA 1. EXPRESE EL RESULTADO COMO UN VECTOR CARTESIANO.

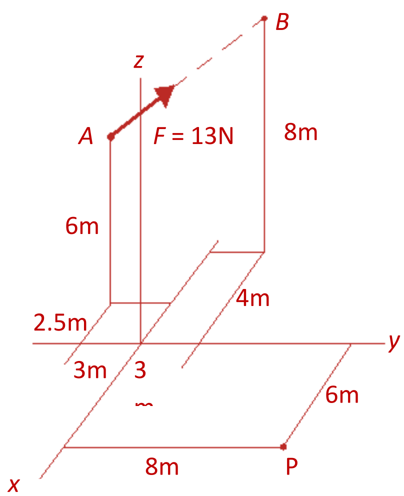


FIGURA 1.

SOLUCIÓN:

PARA ENCONTRAR EL MOMENTO DE UNA FUERZA CON RESPECTO A UN PUNTO ES NECESARIO UTILIZAR LA FORMULA $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, PARA LO CUAL EL PRIMER PASO ES DETERMINAR EL VECTORDISTANCIA Y EL VECTOR FUERZA.

EL VECTOR $\vec{r}$ SE DETERMINA UNIENDO LOS PUNTOS *P* Y *A* COMO SE MUESTRA EN LA FIGURA 2, EL RESULTADO ES EL VECTOR

$$\vec{r}_{p/a} = (-8.5i - 11j + 6k)m$$

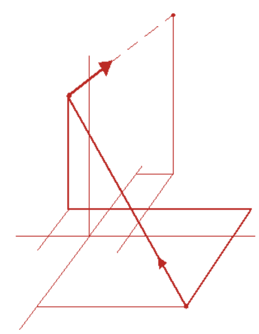


FIGURA 2.

LUEGO SE DETERMINA EL VECTOR FUERZA $\vec{F}_{AB}$, PARA ESTO DEBEMOS DESCOMPONER LA FUERZA DE 13N USANDO EL VECTOR UNITARIO DEL VECTOR QUE UNE LOS PUNTOS *A* Y *B* EL CUAL SE MUESTRA EN LA FIGURA 3. A CONTINUACIÓN SE MUESTRA EL PROCESO.

$$AB = (-1.5i + 6j + 2k)m$$

$$\vec{\lambda}_{AB} = \frac{-1.5i + 6j + 2k}{\sqrt{\left[(-1.5)^2 + (6)^2 + (2)^2\right]}} \qquad \vec{\lambda}_{AB} = \frac{-1.5i + 6j + 2k}{6.5}$$

$$\therefore \quad \vec{F}_{AB} = 13N\left(\frac{-1.5i + 6j + 2k}{6.5}\right) \qquad \vec{F}_{AB} = (-3i + 12j + 4k)N$$

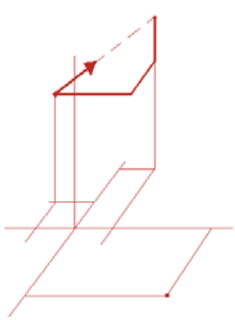


FIGURA 3.

EL SEGUNDO Y ÚLTIMO PASO ES DETERMINAR EL MOMENTO:

$$M_P = r_{P/A} \times F_{AB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -8.5 & -11 & 6 \\ -3 & 12 & 4 \end{vmatrix} \qquad M_P = i\begin{vmatrix} -11 & 6 \\ 12 & 4 \end{vmatrix} - j\begin{vmatrix} -8.5 & 6 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} + k\begin{vmatrix} -8.5 & -11 \\ -3 & 12 \end{vmatrix}$$

$$M_P = (-116i + 16j - 135k)N \cdot m$$

ECUACIONES DIFERENCIALES (MATEMÁTICAS V)

DESCARGA DE UN CILINDRO CIRCULAR (TINACO)

UN CILINDRO CIRCULAR DE ALTURA H_0 PIES Y RADIO R PIES, DISPUESTO EN FORMA VERTICAL (FIG.1) Y CON UN ORIFICIO CIRCULAR DE DIÁMETRO ϕ".

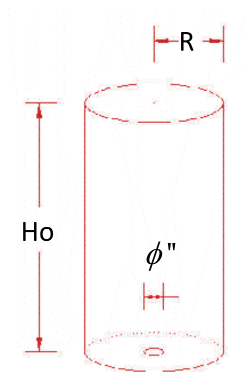


FIGURA 1.-Dimensiones del cilindro

SOLUCIÓN:

DADO QUE LA RAZÓN VOLUMÉTRICA DE SALIDA $\frac{dQ}{dt}$ ES PROPORCIONAL A LA VELOCIDAD DE SALIDA Y AL ÁREA DEL ORIFICIO, ES DECIR;

$$\frac{dQ}{dt} = -kAv$$

APLICANDO LA ECUACIÓN DEL LA ENERGÍA:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow mgh = v = \sqrt{2gh}$$

POR LO TANTO,

$$\frac{dQ}{dt} = -kA\sqrt{2gh}$$

DONDE K ES UN COEFICIENTE QUE DEPENDE DE LA FORMA DEL ORIFICIO, EN LA TABLA SE MUESTRAN ALGUNOS VALORES DE K.

Tipo de orificio	Valor de k
Rectangular	0.8
Triangular	0.65<k<0.75
Circular	0.6

TABLA.- Coeficiente para k según su forma

SUSTITUYENDO EL VALOR DE K, LA GRAVEDAD Y EL RADIO DEL ORIFICIO EN PIES

$$\frac{dQ}{dt} = -0.6\pi\left(\frac{\phi}{24}\right)^2\sqrt{2(32)h}$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{4.8\pi}{576}\phi^2\sqrt{h}$$

Y DEBIDO A QUE EL VOLÚMEN DEL CILINDRO ESTA DADO POR

$$Q = \pi R^2 h \qquad \text{POR LO CUAL} \qquad dQ = \pi R^2 dh$$

SUSTITUYENDO EN LA ECUACIÓN $\frac{dQ}{dt}$ TENEMOS QUE:

$$\frac{dh}{\sqrt{h}} = \frac{-4.8\pi\phi^2}{576\pi R^2}dt$$

SIMPLIFICANDO Y RESOLVIENDO **LA ECUACIÓN DIFERENCIAL POR EL MÉTODO DE SEPARACIÓN DE VARIABLES** OBTENEMOS

$$2\sqrt{h} = \frac{-4.8\phi}{576R^2}t + C$$

PARA ENCONTRAR EL VALOR DE C, ES NECESARIO ESTABLECER CONDICIONES INICIALES: PARA UN TIEMPO IGUAL A CERO, EL TANQUE ESTA LLENO, ES DECIR, *h =Ho*, DE AHÍ PUES QUE LA SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DIFERENCIAL QUEDA DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$h = \left[\frac{-2.4\phi^2}{576R^2}t + 2\sqrt{Ho}\right]^2$$

PARA VALORES FINITOS DEL DEPÓSITO;

$\phi = 6$ PULGADAS, $R = 3$ PIES y $H_0 = 10$ PIES

EN LA FIGURA SE MUESTRA LA FORMA EN COMO SE DESCARGA EL CILINDRO Y TIEMPO QUE SE REQUIERE.

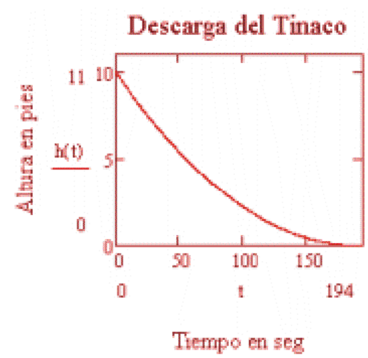
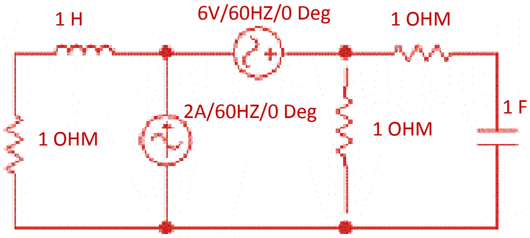


FIGURA 2.- Descarga del cilindro.

LA FIGURA 2 MUESTRA LA FORMA EN COMO LA ALTURA DEL TINACO VARIA CON RESPECTO AL TIEMPO, SE PUEDE OBSERVAR QUE AL INCIO DEL DESCENSO ES MAYOR. EL TINACO SE DESAGUA EN 190 SEG.

ALGEBRA LINEAL (MATEMÁTICAS IV)



ENCONTRAR EL VALOR DE LAS CORRIENTES QUE CIRCULAN POR CADA ELEMENTO DEL CIRCUITO RLC.

SOLUCIÓN: AL ANALIZAR EL CIRCUITO DE LA FIGURA, HACEMOS USO DE LAS LEYES DE KIRCHHOFF (LEY DE LAS MALLAS). ANTES DE UTILIZAR ESTÁ LEY DEBEMOS TRANSFORMAR LOS ELEMENTOS DEL CIRCUITO A SU FORMA COMPLEJA Ó COMÚNMENTE LLAMADA FORMA FASORIAL, PARA TAL ACCIÓN SE HACE USO DE LA TABLA 1, EN LA CUAL SE MUESTRA LA FORMA DE TRANSFORMAR DICHOS ELEMENTOS.

ELEMENTO	REACTANCIA	DESFASE	FORMA COMPLEJA	TENSIÓN
RESISTENCIA	R	$\varphi = 0$	$\vec{R} = R + 0j = R_{0°}$	$V_R = RI$
INDUCTANCIA	$X_L = \omega L$	$\varphi = 90$	$\overrightarrow{X_L} = 0 + X_L j = X_{L(90°)}$	$V_L = X_L I$
CAPACITANCIA	$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$	$\varphi = 90$	$\overrightarrow{X_c} = 0 - X_C j = -X_{C(90°)}$	$V_C = X_C I$

Tabla 1.- Transformación de elementos pasivos a su forma compleja o fasorial.

TRANSFORMANDO LOS ELEMENTOS DE LA FIGURA, QUEDAN LOS SIGUIENTES VALORES $\vec{R} = 1$, $\overrightarrow{X_L} = 1j$ Y $\overrightarrow{X_c} = -1j$. ASÍ PUES APLICANDO EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS QUEDAN LAS SIGUIENTES ECUACIONES:

1. CONDICIÓN DE LA SUPERMALLA: $I_2 - I_1 = 2$ POR LO CUAL $I_1 = I_2 - 2$
2. SUPERMALLA: $I1(1+j) + 1(I_2 - I_3) = 6$ SUSTITUYENDO $I_1 = I_2 - 2$ EN ESTA ECUACIÓN TENEMOS QUE $(2+j)I_2 - I_3 = 8 + 2j$
3. MALLA 3: $-I_2 + I_3(2-j) = 0$

POR LO CUAL NOS QUEDA UN SISTEMA LINEAL DE DOS ECUACIONES CON DOS INCOGNITAS AL QUE SE LE DA SOLUCIÓN POR EL MÉTODO DE CRAMER: $\left[\begin{array}{cc|c} 2+j & -1 & 8+2j \\ -1 & 2-j & 0 \end{array}\right]$ MATRIZ DE COFACTORES AUMENTADA

$$I_2 = \frac{\begin{bmatrix} 8+2j & -1 \\ 0 & 2-j \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 2+j & -1 \\ -1 & 2-j \end{bmatrix}} = \frac{18-4j}{4} = 4.5 - j \qquad I_3 = \frac{\begin{bmatrix} 2+j & 8+2j \\ -1 & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 2+j & -1 \\ -1 & 2-j \end{bmatrix}} = \frac{8+j}{4} = 2 - 0.5j \quad I_1 = I_2 - 2 = 4.5 - j - 2 = 2.5 - j$$

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

ASESORIAS DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

HORA	LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES
08:00					
09:00			CARLOS LUNA	CARLOS LUNA / MANUEL PULIDO	CARLOS LUNA / MANUEL PULIDO
10:00	CARLOS LUNA		MANUEL PULIDO	CARLOS LUNA/ MANUEL PULIDO	
11:00	MARCIAL VÁSQUEZ	MARCIAL VÁSQUEZ	MANUEL PULIDO	MARCIAL VÁSQUEZ/MANUEL PULIDO	MARCIAL VÁSQUEZ/MANUEL PULIDO
12:00	MARCIAL VÁSQUEZ	MARCIAL VÁSQUEZ		CARLOS LUNA / MARCIAL VÁSQUEZ	CARLOS LUNA / MARCIAL VÁSQUEZ
13:00	CARLOS LUNA	CARLOS LUNA	CARLOS LUNA	CARLOS LUNA	CARLOS LUNA

NOTA: NOS ENCONTRAMOS EN BIBLIOTECA, A UN LADO DEL CENTRO DE COMPUTO.

ASESORIAS DE MATEMÁTICAS: ING.MIGUEL RIOS, DE LUNES A VIERNES DE 9:00 A 11:00 CUBO 21 EDIFICIO "D"

¡SOMOS CORRECAMINOS DE CORAZÓN!

PRODUCCIÓN: ING. MANUEL ISMAEL PULIDO MEDINA, DIVISIÓN DE ELECTROMECÁNICA.
ING. CARLOS ROBERTO LUNA GONZÁLEZ, DIVISIÓN DE ELECTROMECÁNICA.
ING. MARCIAL HUMBERTO VÁSQUEZ CORRAL, DIVISIÓN DE ELECTROMECÁNICA.
ING. MIGUEL ANGEL RIOS FAVELA, DIVISIÓN DE ELECTRÓNICA.

La Matemática es la llave de oro que abre todas las ciencias. – DURUY.